



Engueuem la teva intel·ligència!

# Centre d'Estudis Edukat

Reforç escolar i Tècniques d'estudi

Primària – ESO – Batxillerat – Proves d'accés – FPro – Universitat

## Càlcul vectorial:

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
1. Operacions	Suma i diferència	$\vec{r} = \vec{u} \pm \vec{v}$	$u_x =  \vec{u}  \cdot \cos \theta_u$ $u_y =  \vec{u}  \cdot \sin \theta_u$ $v_x =  \vec{v}  \cdot \cos \theta_v$ $v_y =  \vec{v}  \cdot \sin \theta_v$ $r_x = u_x \pm v_x$ $r_y = u_y \pm v_y$
	Producte vectorial	$\vec{r} = \vec{u} \otimes \vec{v}$	$\begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$
	Producte escalar	$\vec{u} \cdot \vec{v}$	$ \vec{u}  \cos \theta_u \cdot  \vec{v} $
	Quocient	No es poden dividir vectors	No es poden dividir vectors
	Mòdul i angle	$\theta = \arccos\left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }\right)^1$	$r = \sqrt{ (r_x) ^2 +  (r_y) ^2}$ $\theta = \arctg\left(\frac{r_y}{r_x}\right)$

1 Angle que formen dos vectors.

**Cinemàtica:**

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
<u>Moviment lineal</u> horitzontal	Moviment rectilini uniforme (MRU, a=0) Moviment rectilini uniformement accelerat (MRUA, a constant i <>0)	$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$ $\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{a} t$	$x = x_0 \pm v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} a t^2$ $v_f = v_0 \pm a t$
Moviment lineal vertical	Moviment rectilini uniformement accelerat (MRUA, g constant i <>0)	$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$ $\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{g} t$	$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$ $v_f = v_0 - g t$
<u>Moviment circular</u>	Moviment circular uniformement accelerat ( $\alpha$ és constant i <>0) Relacions entre el moviment lineal i circular	$\theta = \theta_0 + \vec{\omega}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{\alpha} t^2$ $\vec{\omega}_f = \vec{\omega}_0 + \vec{\alpha} t$ $\vec{s} = \theta \cdot \vec{r}, \vec{v}_t = \vec{\omega} \otimes \vec{r}, \vec{a}_t = \vec{\alpha} \otimes \vec{r}$ $\vec{a}_c = \frac{v_t^2}{r}$	$\theta = \theta_0 \pm \omega_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \alpha t^2$ $w_f = w_0 \pm \alpha t$ $s = \theta r, v_t = w \cdot r, a_t = \alpha \cdot r$ $a_c = \frac{v_t^2}{r}$
	<u>Pendol cònic</u>		
Moviment parabòlic		1.1, 1.2	1.1, 1.2

**Dinàmica translacional:**

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
Lleis de Newton	1.1 D'inèrcia 1.2 D'acció i reacció 1.3 D'acció	1.3 $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	$F = m \cdot a$
Sistema de partícules	Centre de masses	$\vec{r}_{cm} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ $\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i$	$x_{cm} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i}, y_{cm} = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i}$ $z_{cm} = \frac{\sum m_i \cdot z_i}{\sum m_i}$
Llei de Hooke		$\vec{F} = k \cdot \Delta \vec{x}$	$F = k \cdot \Delta x$
	Energia potencial elàstica		$E_p = \frac{1}{2} k \Delta x^2$
Moment lineal		$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ $\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$p = m \cdot v$ $F_{ext} = \frac{dp}{dt}$
	Conservació de,	$\Delta \vec{p} = 0 (\sum \vec{F} = 0)$	$\Delta p = 0$
Impuls		$I = \Delta \vec{p}$	$I = mv_2 - mv_1$

## Dinàmica rotacional:

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
Sistema de partícules	Centre de masses	$\vec{r}_{cm} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ $\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i$	$x_{cm} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i}, y_{cm} = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i}$ $z_{cm} = \frac{\sum m_i \cdot z_i}{\sum m_i}$
	<a href="#">Centroide (baricentre), taula <sup>2</sup></a>		
Moment de gir	D'una partícula	$\vec{\tau} = \vec{r} \otimes \vec{F}$	$ \vec{\tau}  =  \vec{r}  \cdot  \vec{F}  \cdot \sin \theta$
Moment cinètic	D'una partícula	$\vec{L} = \vec{r} \otimes \vec{p}$	$ \vec{L}  =  \vec{r}  \cdot  \vec{p}  \cdot \sin \theta$
	D'un sistema de partícules	$\vec{L} = \sum \vec{l}_i$	
	Conservació del,	$\Delta \vec{L} = 0 (\sum \tau_{ext} = 0)$	$L = I\omega$
	Relació amb moment de gir	$\vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$	$\tau_x = \frac{dL_x}{dt}, \tau_y = \frac{dL_y}{dt}, \tau_z = \frac{dL_z}{dt}$
Energia cinètica			$K = \frac{1}{2} I \omega^2$
Inèrcia rotacional			$I = \int r^2 dm$
Teorema dels eixos paral·lels			$I = I_{cm} + Mh^2$
Altres relacions			$dW = \tau \cdot d\theta, P = \tau\omega \quad \tau = I\alpha, L = I\omega$

<sup>2</sup> Baricentre d'àrees.

## Conservació de l'energia:

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
1. Conservació de l'energia			$\Delta E = 0$
2. Treball mecànic		$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$	$W = F \cos \theta \cdot d$
3. Energia	Energia cinètica mecànica <sup>3</sup>		$E_c = \frac{1}{2} m v^2, W = \Delta E_c$
	Energia potencial mecànica <sup>4</sup>		$E_p = mgh, W = -\Delta E_p$
	Energia mecànica		$E_m = E_p + E_c$
4. Potència	Potència mecànica	$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$P = \frac{E(W)}{t} = F \cdot v$

<sup>3</sup>  $v$  és el mòdul del vector velocitat.

<sup>4</sup> L'energia potencial gravitatòria és el treball que cal fer per a portar una massa  $m_0$  des de l'infinit fins a un punt del camp gravitatori. És màxima (zero) quan dues masses estan infinitament separades. Quan s'acosten, el treball que pot fer  $\vec{g}$  sobre  $m_0$  és, com més va, més petit. Per tant,  $W = -\Delta E_p$ .

## Col·lisions:

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
	Xoc elàstic ( $\Delta E_c=0$ )	$\Delta \vec{p}=0, e=1$ <sup>5</sup>	$\Sigma p_x = \Sigma mv_x, \Sigma p_y = \Sigma mv_y$ $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
	Xoc inelàstic ( $\Delta E_c \neq 0$ )	$\Delta \vec{p}=0, e=0$	$\Sigma p_x = \Sigma mv_x, \Sigma p_y = \Sigma mv_y$ $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
	Xoc parcialment elàstic ( $\Delta E_c \neq 0$ )	$\Delta \vec{p}=0, 0 < e < 1$	$\Sigma p_x = \Sigma mv_x, \Sigma p_y = \Sigma mv_y$ $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
	Coeficient de restitució		$e = \frac{E_{c,f}}{E_{c,o}} \quad 0 \leq e \leq 1$ <sup>6</sup>

5 L'energia cinètica en una col·lisió elàstica es transmet totalment a la massa que rep el xoc. En un d'inelàstica, tota l'energia inicial es transforma en energia interna i de deformació de la massa fusionada. En una de parcialment elàstica, sols una part de l'energia inicial és transmesa a la massa colpejada.

6 Si les masses són iguals:  $e = \frac{v_{1,o} - v_{2,o}}{v_{1,f} - v_{2,f}}$ , és a dir, que la velocitat relativa d'entrada és igual a la velocitat relativa de sortida.

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
1. Camp vectorial gravitatori	Intensitat de camp	$\vec{g} = -\frac{GM}{d^2} \cdot \vec{v}$ <sup>7</sup>	$g = -\frac{GM}{d^2}$
	Força de camp	$\vec{F} = \vec{g} \cdot m_0 = -\frac{GMm_0}{d^2} \cdot \vec{v}$	$F = -\frac{GMm_0}{d^2}$
	Energia potencial <sup>8</sup>		$E_p = -\frac{GMm_0}{d}$
	Treball		$W = m_0(V_b - V_a) = -\Delta E_p$
	Potencial		$V = -\frac{GM}{d} = g \cdot d$
	Lleis de Kepler <sup>9</sup>		$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = constant$
	Velocitat d'escapament		$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

<sup>7</sup> El mòdul de la intensitat de camp és una indicació de la intensitat de la força que experimentarà una partícula de prova quan entri al camp de força.

<sup>8</sup> És negativa perquè, com més a prop estiguin les masses, menys treball es podrà fer en acostar-les.

<sup>9</sup> Fent l'aproximació que les òrbites planetàries són circulars. De fet, són molt poc el·líptiques, són pràcticament circulars.

2. Camp vectorial elèctric <sup>10</sup>	Intensitat de camp	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \cdot \vec{e}$ <sup>11</sup>	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$
	Força de camp	$\vec{F} = \vec{E} \cdot Q_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{R} \cdot \vec{f}$	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{R}$
	Energia potencial <sup>12</sup>		$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{R}$
	Treball		$W = Q_0(V_b - V_a) = -\Delta E_p$
	Potencial		$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_0}{R}$

10 Generat per una càrrega estàtica.

11  $\vec{e}, \vec{f}$  són els vectors unitaris dels vectors  $\vec{E}, \vec{F}$  normalitzats.

12 Entre dues càrregues estàtiques.



## Electromagnetisme:

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
Camp magnètic <sup>13</sup>	D'un fil infinit		$B = \frac{\mu I}{2 \pi R}$
	D'una espira de corrent		$B = \frac{\mu I}{2 R}$
	D'un solenoide		$B = \mu n I$
Flux magnètic		$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$	$\phi =  \vec{B}  \cdot  \vec{S}  \cdot \cos \theta$
Força magnètica	Sobre una càrrega en moviment	$\vec{F} = q(\vec{v} \otimes \vec{B})$ <sup>14</sup>	$ \vec{F}  = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$
Inducció electromagnètica	Llei de Faraday-Lenz		$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$ <sup>15</sup>
Transformadors			$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p}$

<sup>13</sup> Veure [CAMPS VECTORIALS](#).

<sup>14</sup> FBI mà esquerra= - FIB (FvB) mà dreta perquè el producte vectorial no és commutatiu i invertint el producte canvia el signe del resultat (força).

<sup>15</sup> El [sentit del flux magnètic induït](#) ha de ser contrari al sentit del flux marcat per la mà dreta.

**Moviment harmònic simple (MHS):**

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
	Freqüència		$f = \frac{1}{T}$
	Període		$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
	Freqüència angular		$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$
	Velocitat de propagació		$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$
	Nombre d'ona		$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
	Equació de posició (horitzontal) <sup>16</sup>		$x = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$
	Equació de velocitat		$v = A\omega \cdot \cos(\omega t + \phi)$
	Equació acceleració		$a = -A\omega^2 \cdot \sin(\omega t + \phi)$

16 En una molla vertical, les posicions d'equilibri són el punt més alt (on comença el moviment) i el punt més baix. El moviment és afectat per la força de la gravetat.

**Moviment ondulatori:**

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
	Freqüència		$f = \frac{1}{T}$
	Període		$T = \frac{1}{f}$
	Freqüència angular		$\omega = 2\pi f$
	Velocitat de propagació		$v = \frac{\omega}{k}$
	Nombre d'ona		$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
	Equació d'ona		$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$
	Equació de velocitat		$v(x, t) = A\omega \cdot \cos(\omega t - kx)$
	Intensitat energia transmesa		$I = \frac{E}{s \Delta t}$
Fenòmens ondulatoris	Reflexió		$\hat{i} = \hat{r}$
	Refracció		$v_r \sin \hat{i} = v_i \sin \hat{r}$
	Difracció		---

	<u>Efecte Doppler</u>		$f' = f \left(1 + \frac{v}{v_{ona}}\right)$ $f' = f \left(1 - \frac{v}{v_{ona}}\right)^{-1}$
Superposició d'ones			
	Interferència d'ones <sup>18</sup>		$y = 2A \cos\left(k \frac{x' - x}{2}\right) \sin\left(\omega t - k \frac{x' + x}{2}\right)$ $ x' - x  = n\lambda, \quad \Delta\psi = 2\pi n$ $ x' - x  = (2n+1)\frac{\lambda}{2}, \quad \Delta\psi = (2n+1)\pi$
	Batements o pulsacions		$f = \frac{f_1 + f_2}{2}, \quad f_b = f_1 - f_2, \quad T = \frac{1}{f_b}$
Ones estacionàries			
	Equació d'ona		$y = 2A \cos(kx) \sin(\omega t)$
	Dos extrems tancats		$\lambda = \frac{2L}{n}, \quad f = n \frac{v}{2L}$
	Dos extrems oberts		$\lambda = \frac{4L}{n}, \quad f = n \frac{v}{4L}$
	Un extrem obert i un de tancat		$\lambda = \frac{2L}{n}, \quad f = n \frac{v}{2L}$

<sup>17</sup>  $f'$  és la freqüència observada i  $f$  la freqüència emesa.

<sup>18</sup> De dues ones harmòniques coherents ( $f, \lambda, A$  iguals)  $x', x, \Delta\psi$  són la longitud d'ona de les ones i la diferència de fase que interfereixen en un punt.

**Física moderna:**

SUBTEMA	CONCEPTE	FÓRMULA VECTORIAL	FÓRMULA ESCALAR
Física relativista			$L' = L \gamma, \quad t' = \frac{t}{\gamma}, \quad E = \frac{mc^2}{\gamma}$ $\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
Mecànica quàntica			
	Llei de Planck		$E = h \cdot f$
	<u>Efecte Compton</u>		$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta)$ $\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,426 \cdot 10^{-12}$
	Dualitat ona-partícula		$\lambda = \frac{h}{p}$
	Principi d'incertesa		$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$

Radioactivitat			
	Desintegració $\alpha$		${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} X' + {}^4_2 \alpha$
	Desintegració $\beta^-$		${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} X' + {}^0_{-1} \beta^-$
	Desintegració $\beta^+$		${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} X' + {}^0_1 \beta^+$
	Llei de desintegració radioactiva		$N = N_0 e^{-\lambda t}$
	<sup>19</sup> Vida mitjana o període de semidesintegració		$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$
	<u>Constant de radioactivitat o de desintegració</u>		$\frac{dN}{dt} = -\lambda N_0$
	Activitat radioactiva <sup>20</sup>		$A = N \lambda$

19 És el temps que cal perquè es desintegri la meitat de nuclis d'una substància radioactiva.

20 L'activitat radioactiva és el nombre de desintegracions per segon d'una substància radioactiva.